Exercice N°1

Soient ABC un triangle équilatéral de sens direct; I=A*B; J=A*C et D=$S_{(AC)}$(C)

ON pose $r_1=r_{(A,\frac{\pi}{3})}$;$r_2=r_{(B,\frac{2\pi}{3})}$ et t=$t_{\frac{1}{2}\overrightarrow{CA}}$

1. Soit le déplacement $r=r_2or_1$
   a. Déterminer r(D) et r(B)
   b. Caractériser r
2. On pose $f=r_1ot$
   a. Determiner f(J)
   b. Déterminer alors la nature et les éléments caractéristiques de f
3. Soit g l'antiplacement tel que g(c)=A et g(A)=B
   Montrer que g est une symétrie glissante dont-on caractérisera

Exercice N°2

On considère un triangle rectangle et isocèle ABC tel que $(\overrightarrow{AB}\overrightarrow{AC}) \equiv \frac{\pi}{2}[2\pi]$

Soit O= B*C; Δ la droite passant par C et perpendiculaire à (BC) et (AB)$\cap$ Δ ={B'}
Soit I$\in$[BC]\{O}; On note J le point d'intersection de (AI) et de la droite passant par C perpendiculaire à (AC) .La perpendiculaire en A à (AI) coupe (BC) en K

1. faire une figure
2. Soit R= $r_{(A,\frac{\pi}{2})}$
   a. Déterminer R(B); R((BC)) et R((AK))
   b. Déterminer K'=R(K) et I'=R(I). Placer les points K' et I' sur la figure
   c. Quelle est la nature du triangle AKK' et celle de AII'
3. Soit W'=K*K' et W=I*I'. On désigne par S la similitude directe de centre A et de rapport $\frac{\sqrt{2}}{2}$ et d'angle $\frac{\pi}{4}$
   a. Determiner S(K) et S(I)
   b. Quel est l'ensemble des points W lorsque I décrit le segment [BC]\{O}

Problème
A°)

1. Soit $\varphi : x \mapsto x+1+\text{Log}x$; x>0
   a. Dresser le tableau de variation de φ
   b. Montrer que l'équation φ(x)=0 possède une solution unique β et que 0.27<β<0.28
   c. Déduire le signe de φ(x) pour x>0
2. Soit :
   $f : [0,+\infty[\to IR$
   $x \mapsto \begin{cases} \frac{x\text{Log}x}{1+x} \text{ si } x>0 \\ f(0)=0 \end{cases}$, Cf sa courbe dans un repère orthonormé $(o,\vec{i},\vec{j})$
   a. Montrer que f est continue à droite en 0
   b. Etudier la dérivabilité de f à droite en 0 et interpréter le résultat
   c. Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x}$

d. Pour x>0 calculer f'(x) puis vérifier que $f'(x)=\frac{\varphi(x)}{(1+x)^2}$

e. Dresser le tableau de variation de f

3. Soit $h: x \mapsto \text{Log}x$; x>0 et Ch sa courbe représentative

a. Calculer f(x)-h(x), en déduire la position relative de Cf par rapport à Ch

b. Montrer que: $\lim_{x\to+\infty} f(x)-h(x)=0$

4. Tracer Ch puis Cf dans le même repère $(o,\vec{i},\vec{j})$

B°)

Soit $g:]0,+\infty[\to IR,\ x\mapsto e^{1+\frac{1}{x}}$

1. Dresser le tableau de variation de g

2. **a.** Montrer que f(x)=1 ⇔g(x)=x

b. Montrer que l'équation g(x)-x=0 admet une solution unique α et que 3.5< α <3.7

c. Montrer que pour tout $x\in[3,5;3,7]$ on a: $g(x)\in[3,5;3,7]$

d. Montrer que $|g'(x)|\le|g'(3{,}5)|\le\frac{1}{3}$; pour tout $x\in[3,5;3,7]$. En déduire que

$$|g(x)-\alpha|\le\frac{1}{3}|x-\alpha|$$

3. Soit $\begin{cases} u_0=3{,}5 \\ u_{n+1}=g(u_n)\end{cases}$

a. Montrer que pour tout $n\in IN$; $3{,}5\le u_n\le 3{,}7$

b. Montrer que pour tout $n\in IN$; $|u_n-\alpha|\le\frac{1}{5}\left(\frac{1}{3}\right)^n$

c. Calculer $\lim_{n\to+\infty} u_n$